Документ подписан квалифицированной электронной подписью
Сертификат
Владелец: "АНО ВО ""РОССИЙСКИЙ НОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ"""
Действителен: с 28.05.2026 по 28.08.2027

**АВТОНОМНАЯ НЕКОММЕРЧЕСКАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «РОССИЙСКИЙ НОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**КАМЕНСКИЙ ФИЛИАЛ**
**АНО ВО «РОССИЙСКИЙ НОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**Кафедра экономики и менеджмента**

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

## «Математическая логика и линейная алгебра»

Код и направление подготовки: 38.03.01 Экономика
Направленность (профиль): Финансы и кредит

Автор (составитель): ст. преподаватель  О.В. Караман

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании
кафедры экономики и менеджмента
«14» января 2026 года, протокол №6

Зам. директора по УМР
Черкасова Н.Н. 

Каменск-Шахтинский
2026

## 1. НАИМЕНОВАНИЕ И ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебная дисциплина «Математическая логика и Линейная алгебра» изучается обучающимися, осваивающими образовательную программу «Бухгалтерский учет, анализ и аудит" по направлению подготовки "Экономика» в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 38.03.01 Экономика, квалификация (степень) бакалавр, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 12 ноября 2015 года № 1327 (ФГОС ВО 3+).

Целью курса является развитие у студентов навыков математического мышления, способностей к самостоятельной творческой работе.

Задачами курса являются: освоение студентами базовых знаний в области алгебры матриц; приобретение теоретических знаний в области алгебры; освоение математического аппарата и приобретение навыков в решении задач алгебры.

Изучение учебной дисциплины направлено на подготовку обучающихся к осуществлению трудовой деятельности определенной профессиональным стандартом № 309 «Бухгалтер», утвержденным приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 22 декабря 2014 г. N 1061н.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Учебная дисциплина Математическая логика и линейная алгебра относится к обязательной части учебного плана и изучается на 2 курсе.

2.1. Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Перечень дисциплин, усвоение которых необходимо для изучения курса «Математическая логика и Линейная алгебра» : "Методы научного исследования", "Информатика", "Математический анализ".

Параллельно с дисциплиной изучаются: «Финансовая грамотность и управление финансами»,

"Экономика организации (предприятия)".

2.2. Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Изучение курса «Математическая логика и Линейная алгебра» необходимо для освоения других математических дисциплин: «Теория вероятностей и математическая статистика», "Статистика", "Информационные системы в экономике".

Развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств обеспечивается чтением лекций, проведением семинарских занятий в форме опроса и решения задач, содержание которых разработано на основе результатов научных исследований, проводимых Университетом, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей.

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫЕ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

В результате изучения дисциплины «Математическая логика и линейная алгебра» обучающиеся должны овладеть универсальной компетенцией:

- **УК-1:** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач (3 з.е.)

| Формируемая компетенция | Этап освоения (индикатор) | Планируемые результаты обучения | Код результата обучения |
|---|---|---|---|
| **УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач** | **Знать** | основные логические операции и методы упрощения логических выражений | **УК-1-З1** |
| | | исчисление высказываний и предикаты | **УК-1-З2** |
| | | базовые понятия линейной алгебры | **УК-1-З3** |
| | | методы решения систем линейных алгебраических уравнений | **УК-1-З4** |

| | | |
|---|---|---|
| | терминологию, основные понятия и методы, используемые в линейной алгебре | **УК-1-З5** |
| | принципы проведения теоретического исследования проблем линейной алгебры | **УК-1-З6** |
| **Уметь** | строить сложные логические выражения | **УК-1-У1** |
| | разбираться в логических схемах | **УК-1-У2** |
| | решать задачи вычислительного и теоретического характера в области линейной алгебры | **УК-1-У3** |
| | логически корректно применять математические методы при решении задач | **УК-1-У4** |
| | строить корректно обоснованные математические модели профессиональных задач | **УК-1-У5** |
| | применять математические методы при решении задач линейной алгебры и верифицировать полученные результаты | **УК-1-У6** |
| **Владеть** | методами построения и упрощения логических выражений | **УК-1-В1** |
| | методами построения функциональных схем | **УК-1-В2** |
| | навыками решения типовых задач, используя методы линейной алгебры | **УК-1-В3** |
| | основными методами формулирования практических задач в математических терминах | **УК-1-В4** |
| | навыками практического использования математического аппарата линейной алгебры для решения конкретных задач | **УК-1-В5** |
| | навыками интерпретации полученных результатов построения математических моделей | **УК-1-В6** |

## 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ В ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦАХ С УКАЗАНИЕМ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ЧАСОВ, ВЫДЕЛЕННЫХ НА КОНТАКТНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ПРЕПОДАВАТЕЛЕМ (ПО ВИДАМ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ) И НА САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ

### Общий объем учебной дисциплины

| № | Форма обучения | Семестр/сессия, курс | Общая трудоемкость | | | в том числе контактная работа с преподавателем | | | | | СР | Контроль |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | В з.е. | В часах | Всего | Лекции | Сем | КоР | Конс | Зачет | | |
| 1 | Очная | 2 семестр | 3 | 108 | 54 | 28 | 24 | 1,7 | | 0,3 | 54 | |

## Распределение учебного времени по темам и видам учебных занятий

## очная форма обучения

| № п/п | Наименование разделов, тем учебных занятий | Всего часов | Контактная работа с преподавателем: Всего | Лекции (Л) | Семинары (Сем) | КоР | З. / Конс. | Экз. | СР | Контроль | Формируемые результаты обучения |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | Некоторые понятия теории множеств. | 8 | 4 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 4 | 0 | УК-1-З1 |
| **2** | Отношения и их свойства. | 8 | 4 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 4 | 0 | УК-1-З2 |
| **3** | Алгебра высказываний. | 8 | 4 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 4 | 0 | УК-1-З3 |
| **4** | Матрицы. Линейные операции над матрицами. | 8 | 4 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 4 | 0 | УК-1-З4 |
| **5** | Определители. Вычисление, свойства. | 8 | 4 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 4 | 0 | УК-1-З5 |
| **6** | Ранг матриц. Вычисление обратной матрицы. | 8 | 4 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 4 | 0 | УК-1-З6 |
| **7** | Системы линейных уравнений. | 8 | 4 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 4 | 0 | УК-1-У2 |
| **8** | Характеристическое уравнение матрицы, собственные значения. Квадратичные формы. | 8 | 4 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 4 | 0 | УК-1-У3 |
| **9** | Элементы теории множеств. | 8 | 4 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 4 | 0 | УК-1-У4 |
| **10** | Векторы. Линейные операции над векторами. | 8 | 4 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 4 | 0 | УК-1-У5 |
| **11** | Декартова система координат. Базис. | 8 | 4 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 4 | 0 | УК-1-У6 |
| **12** | Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов. | 8 | 4 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 4 | 0 | УК-1-В1 |
| **13** | Прямая на плоскости. Виды уравнений. | 3 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | УК-1-В2 |
| **14** | Плоскость в пространстве. Виды уравнений. | 3 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | УК-1-В3 |
| | **Промежуточная аттестация (Зачет)** | 6 | 2 | 0 | 0 | 1,7 | 0,3 | 0 | 4 | 0 | Проверка УК-1 |
| | **ИТОГО** | **108** | **54** | **28** | **24** | **1,7** | **0,3** | **0** | **54** | **0** | **УК-1 (полный цикл)** |

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ, СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ТЕМАМ (РАЗДЕЛАМ)

**Тема 1. Некоторые понятия теории множеств**

Понятие множества и элемента множества. Способы задания множеств (перечислением и характеристическим свойством). Пустое и универсальное множества. Подмножества, понятие включения. Операции над множествами: объединение (сумма), пересечение (произведение), разность, дополнение множества. Диаграммы Эйлера-Венна как инструмент визуализации и критического анализа отношений между множествами. Основные свойства операций (коммутативность, ассоциативность, дистрибутивность, законы де Моргана). Мощность множества. Кардинальные числа. Принцип включений и исключений для конечных множеств.

**Тема 2. Отношения и их свойства**

Упорядоченная пара. Прямое (декартово) произведение множеств, его геометрическая интерпретация. Понятие бинарного отношения между множествами и на одном множестве. Область определения и область значений отношения. Способы задания отношений: списком упорядоченных пар, матрицей отношений, графом бинарного отношения. Основные свойства отношений: рефлексивность, антирефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность. Отношение эквивалентности (фактор-множество, разбиение множества на классы эквивалентности). Отношение порядка (частичный, строгий, линейный порядок).

**Тема 3. Алгебра высказываний**

Логические высказывания. Истинностные значения. Элементарные и сложные (составные) высказывания. Базовые логические операции (связки): отрицание (инверсия), конъюнкция (логическое умножение), дистрибутивная дизъюнкция (логическое сложение), импликация (логическое следование), эквивалентность (равносильность). Формулы алгебры высказываний. Таблицы истинности как инструмент системного анализа логической структуры высказываний. Классификация формул: тождественно истинные (тавтологии), тождественно ложные (противоречия), выполнимые. Законы логики (исключенного третьего, непротиворечия, двойного отрицания). Равносильные преобразования формул. Понятие предиката и кванторов (общности, существования).

**Тема 4. Матрицы. Линейные операции над матрицами**

Понятие матрицы, размеры и элементы матрицы. Виды матриц: прямоугольные, квадратные, диагональные, единичные, нулевые, треугольные, симметричные. Линейные операции над матрицами: сложение матриц одинаковых размеров, умножение матрицы на скаляр (число). Свойства линейных операций (коммутативность, ассоциативность, дистрибутивность). Операция транспонирования матриц и ее свойства. Умножение матриц: правило «строка на столбец», условие согласованности размеров матриц. Некоммутативность операции умножения матриц. Возведение квадратной матрицы в целую положительную степень. Матричные многочлены.

**Тема 5. Определители. Вычисление, свойства**

Понятие определителя (детерминанта) квадратной матрицы. Определители первого, второго и третьего порядков (правило Саррюса, правило треугольников). Понятие перестановки и инверсии. Общее определение детерминанта произвольного порядка. Миноры и алгебраические дополнения элементов матрицы. Теорема о разложении определителя по строке или столбцу (теорема Лапласа). Базовые свойства определителей (изменение знака при перестановке строк/столбцов, равенство нулю при линейной зависимости строк, вынесение общего множителя строки за знак определителя). Вычисление определителей методом эффективного обнуления элементов строк (столбцов) и приведением матрицы к треугольному виду.

**Тема 6. Ранг матриц. Вычисление обратной матрицы**

Понятие линейной зависимости и линейной независимости строк (столбцов) матрицы. Понятие ранга матрицы. Метод окаймляющих миноров. Элементарные преобразования матриц (перестановка строк, умножение строки на число, прибавление к одной строке другой строки, умножение на константу). Эквивалентные матрицы. Вычисление ранга матрицы методом Гаусса (приведение матрицы к ступенчатому виду). Понятие вырожденной и невырожденной квадратной матрицы. Понятие обратной матрицы. Условие существования обратной матрицы. Алгоритмы вычисления обратной матрицы: 1) метод присоединенной (союзной) матрицы через алгебраические дополнения; 2) метод Жордана-Гаусса с помощью элементарных преобразований над расширенной матрицей. Свойства обратной матрицы.

**Тема 7. Системы линейных уравнений**

Общий вид системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Матричная форма записи СЛАУ (AX = B). Основная и расширенная матрицы системы. Понятие решения системы. Классификация СЛАУ: совместные (определенные и неопределенные) и несовместные системы. Теорема Кронекера-Капелли как инструмент критического анализа существования и единственности решений. Методы решения квадратных СЛАУ: 1) матричный метод (с использованием обратной матрицы X = A^(-1) * B); 2) метод Крамера (с использованием определителей). Универсальный метод Гаусса (метод исключения неизвестных) для решения произвольных СЛАУ. Понятие базисных и свободных переменных. Понятие однородной СЛАУ. Свойства решений однородных систем, фундаментальная система решений (ФСР).

**Тема 8. Характеристическое уравнение матрицы, собственные значения. Квадратичные формы**

Линейные преобразования и их матрицы. Понятие собственного вектора и собственного значения линейного оператора (квадратной матрицы). Характеристическая матрица и характеристический многочлен. Характеристическое уравнение матрицы det(A - lambda * E) = 0. Алгоритм нахождения собственных значений и соответствующих им собственных векторов СЛАУ. Свойства собственных значений (след матрицы, определитель матрицы). Понятие квадратичной формы. Матрица квадратичной формы. Линейные преобразования переменных квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду (метод Лагранжа, метод Якоби). Знакоопределенность квадратичных форм. Критерий Сильвестра.

**Тема 9. Элементы теории множеств**

Понятие отображения (функции) множеств. Область определения и множество значений отображения. Виды отображений: инъекция (взаимно однозначное вложение), сюръекция (отображение «на»), биекция (взаимно однозначное соответствие). Композиция (произведение) отображений и ее свойства. Обратное отображение, условия его существования. Эквивалентность множеств. Счетные множества (множество рациональных чисел). Множества мощности континуума (множество действительных чисел). Теорема Кантора. Сравнительный анализ бесконечных множеств.

**Тема 10. Векторы. Линейные операции над векторами**

Понятие вектора (направленного отрезка) в геометрии и n-мерном числовом пространстве. Длина (модуль) вектора. Виды векторов: коллинеарные, компланарные, равные, нулевые, единичные (орты). Линейные операции над векторами: сложение векторов (правило треугольника, правило параллелограмма) и умножение вектора на скаляр. Свойства линейных операций. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов. Геометрический критерий линейной зависимости векторов на прямой, на плоскости и в пространстве.

**Тема 11. Декартова система координат. Базис**

Понятие базиса системы векторов на прямой, на плоскости и в пространстве. Теоремы о разложении вектора по базису. Единственность разложения. Понятие координат вектора. Аффинная и прямоугольная декартова системы координат. Радиус-вектор точки. Координаты точки. Линейные

операции над векторами в координатной форме. Направление вектора, направляющие косинусы. Деление отрезка в заданном отношении. Проекция вектора на ось и ее свойства. Разложение вектора по ортам координатных осей.

**Тема 12. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов**

Скалярное произведение векторов: определение, геометрический и физический смысл. Алгебраические свойства скалярного произведения. Скалярное произведение векторов в координатной форме. Приложения скалярного произведения: вычисление длины вектора, нахождение угла между векторами, условие ортогональности векторов. Векторное произведение векторов (в пространстве): определение, геометрический смысл (площадь параллелограмма). Свойства векторного произведения (антикоммутативность). Вычисление векторного произведения в координатной форме через определитель. Условие коллинеарности векторов. Смешанное произведение трех векторов: определение, геометрический смысл (объем параллелепипеда). Вычисление в координатной форме. Условие компланарности трех векторов.

**Тема 13. Прямая на плоскости. Виды уравнений**

Задачи аналитической геометрии на плоскости. Понятие уравнения линии на плоскости. Прямая линия как линия первого порядка. Виды уравнений прямой на плоскости: общее уравнение прямой $Ax + By + C = 0$; уравнение прямой с угловым коэффициентом $y = kx + b$; уравнение прямой, проходящей через данную точку в заданном направлении; уравнение прямой, проходящей через две данные точки; уравнение прямой в отрезках на осях; канонические и параметрические уравнения прямой. Взаимное расположение двух прямых на плоскости: условия параллельности и перпендикулярности прямых. Вычисление угла между двумя прямыми. Нахождение расстояния от заданной точки до заданной прямой на плоскости.

**Тема 14. Плоскость в пространстве. Виды уравнений**

Понятие уравнения поверхности и линии в трехмерном пространстве. Плоскость как поверхность первого порядка. Виды уравнений плоскости в пространстве: общее уравнение плоскости $Ax + By + Cz + D = 0$; уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно нормальному вектору; уравнение плоскости, проходящей через три данные точки; уравнение плоскости в отрезках на осях; нормальное уравнение плоскости. Геометрический смысл коэффициентов в общем уравнении. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве: условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Нахождение угла между двумя плоскостями. Вычисление расстояния от заданной точки до заданной плоскости в пространстве.

## Планы семинарских занятий

### ТЕМА 1. НЕКОТОРЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ (2 ЧАСА)

**Семинар 1. Операции над множествами и диаграммы Эйлера-Венна**

- **Формируемый код результата:** УК-1-З1.
- **Вопросы для обсуждения:**

1. Способы задания множеств. Пустое, универсальное и подмножества.
2. Операции объединения, пересечения, разности и дополнения множеств.
3. Законы де Моргана и свойства дистрибутивности.

- **Практические задания и расчетные алгоритмы:**

1. Даны множества универсального пространства $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Заданы подмножества $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 3, 5, 8\}$, $C = \{4, 5, 6, 7\}$. Найти множества: $(A \cap B) \setminus C$, $A \cup (B \setminus C)$, а также дополнение множества $(A \cup B)$.
2. С помощью диаграмм Эйлера-Венна графически доказать тождество: $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.

3. Применить принцип включений и исключений: в группе из 30 студентов 18 изучают английский язык, 12 — немецкий, 5 — оба языка. Сколько студентов не изучают ни одного языка?

## ТЕМА 2. ОТНОШЕНИЯ И ИХ СВОЙСТВА (2 ЧАСА)

**Семинар 2. Бинарные отношения и их свойства**

- **Формируемый код результата:** УК-1-З2.
- **Вопросы для обсуждения:**

1. Декартово произведение множеств и бинарные отношения.
2. Матричный и графический способы задания отношений.
3. Свойства отношений: рефлексивность, симметричность, транзитивность.

- **Практические задания и расчетные алгоритмы:**

1. На множестве X = {1, 2, 3, 4} задано отношение R = {(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,3), (4,4), (3,4), (4,3)}. Построить его матрицу и граф.
2. Провести системный анализ отношения R из предыдущего пункта на рефлексивность, симметричность, антисимметричность и транзитивность. Доказать, что R является отношением эквивалентности, и разбить множество X на классы эквивалентности.

## ТЕМА 3. АЛГЕБРА ВЫСКАЗЫВАНИЙ (2 ЧАСА)

**Семинар 3. Таблицы истинности и равносильные преобразования**

- **Формируемый код результата:** УК-1-З3.
- **Вопросы для обсуждения:**

1. Базовые логические связки: конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквивалентность.
2. Законы логики и тождественные формулы.

- **Практические задания и расчетные алгоритмы:**

1. Построить таблицу истинности для сложного логического выражения: (A → B) ∧ (¬B ∨ C) и определить тип формулы (выполнимая, тавтология или противоречие).
2. Используя законы алгебры логики, упростить выражение: ¬(A ∧ B) ∨ (A ∧ ¬B) до минимальной формы.

## ТЕМА 4. МАТРИЦЫ. ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАЦИИ НАД МАТРИЦАМИ (2 ЧАСА)

**Семинар 4. Умножение матриц и матричные многочлены**

- **Формируемый код результата:** УК-1-З4.
- **Вопросы для обсуждения:**

1. Линейные операции над матрицами и их свойства.
2. Правило умножения матриц и условие согласованности размеров.

- **Практические задания и расчетные алгоритмы:**

1. Даны матрицы:
A = [1 -2 3; 0 4 -1]
B = [2 0 1; -3 1 5]
Найти матрицу C = 3A - 2B.
2. Даны матрицы:
A = [1 2; 3 0]
B = [4 -1 0; 2 1 3]
Найти произведения AB и BA (если они существуют). Доказать некоммутативность умножения.
3. Для матрицы A = [1 2; -1 3] вычислить значение матричного многочлена f(A) = A^2 - 4A + 5E, где E — единичная матрица.

## ТЕМА 5. ОПРЕДЕЛИТЕЛИ. ВЫЧИСЛЕНИЕ, СВОЙСТВА (2 ЧАСА)

**Семинар 5. Методы вычисления определителей высших порядков**

- **Формируемый код результата:** УК-1-З5.
- **Вопросы для обсуждения:**

1. Миноры и алгебраические дополнения.
2. Теорема Лапласа о разложении определителя по строке или столбцу.
3. Свойства определителей и элементарные преобразования.

- **Практические задания и расчетные алгоритмы:**

1. Вычислить определитель третьего порядка по правилу треугольников и разложением по первой строке:|det| = |1 2 -3; 4 0 5; -1 3 2|
2. Вычислить определитель четвертого порядка методом эффективного обнуления элементов строки (столбца) с помощью элементарных преобразований:|det| = |2 1 0 3; 1 0 -1 2; 3 -1 2 1; 0 2 1 4|

**ТЕМА 6. РАНГ МАТРИЦ. ВЫЧИСЛЕНИЕ ОБРАТНОЙ МАТРИЦЫ (2 ЧАСА)**

**Семинар 6. Метод Гаусса для ранга и вычисление обратной матрицы**

- **Формируемый код результата:** УК-1-З6.
- **Вопросы для обсуждения:**

1. Понятие ранга матрицы и линейная независимость векторов-строк.
2. Алгоритм нахождения обратной матрицы.

- **Практические задания и расчетные алгоритмы:**

1. Найти ранг матрицы методом Гаусса (приведением к ступенчатому виду):
A = [1 -2 1 3; 2 1 -1 1; 3 -1 0 4]
2. Для матрицы A = [1 2 3; 0 1 4; 5 6 0] проверить условие невырожденности (det A ≠ 0) и найти обратную матрицу A^(-1) методом присоединенной матрицы. Проверить результат умножением AA^(-1) = E.

**ТЕМА 7. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ (2 ЧАСА)**

**Семинар 7. Методы Крамера, матричный и метод Гаусса**

- **Формируемый код результата:** УК-1-У2.
- **Вопросы для обсуждения:**

1. Классификация СЛАУ: совместные, несовместные, определенные, неопределенные.
2. Теорема Кронекера-Капелли.

- **Практические задания и расчетные алгоритмы:**

1. Решить систему линейных уравнений тремя методами (Крамера, матричным и методом Гаусса):
{ 2x1 + x2 + x3 = 4
{ x1 - x2 + 2x3 = -1
{ 3x1 + 2x2 - x3 = 7
2. Исследовать на совместность неопределенную СЛАУ, найти ранг основной и расширенной матриц, выделить базисные и свободные неизвестные, записать общее и фундаментальное решения системы.

**ТЕМА 8. ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ МАТРИЦЫ, СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ. КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ (2 ЧАСА)**

**Семинар 8. Нахождение собственных векторов и исследование квадратичных форм**

- **Формируемый код результата:** УК-1-У3.
- **Вопросы для обсуждения:**

1. Характеристическое уравнение матрицы.
2. Квадратичные формы и критерий Сильвестра.

- **Практические задания и расчетные алгоритмы:**

1. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы второго порядка:
A = [5 4; 1 2]
2. Записать матрицу квадратичной формы f(x1, x2, x3) = 2x1^2 + 4x1x2 - x2^2 + 6x2x3 + 5x3^2. Используя критерий Сильвестра (через знаки главных миноров), исследовать форму на знакоопределенность (положительно, отрицательно определенная или знакопеременная).

**ТЕМА 9. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ (2 ЧАСА)**

**Семинар 9. Функции, отображения и мощность множеств**

- **Формируемый код результата:** УК-1-У4.
- **Вопросы для обсуждения:**

1. Типы отображений: инъекция, сюръекция, биекция.
2. Счетные множества и континуум.

- **Практические задания и расчетные алгоритмы:**

1. Даны отображения f: R → R, заданные формулами f(x) = 2x + 3 и g(x) = x^2. Выявить математическую природу каждого отображения (являются ли они инъективными, сюръективными или биективными). Найти композиции отображений f(g(x)) и g(f(x)).
2. Доказать счетность множества всех четных целых чисел путем построения биективного соответствия с множеством натуральных чисел N.

**ТЕМА 10. ВЕКТОРЫ. ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАЦИИ НАД ВЕКТОРАМИ (2 ЧАСА)**

**Семинар 10. Линейная зависимость и независимость систем векторов**

- **Формируемый код результата:** УК-1-У5.
- **Вопросы для обсуждения:**

1. Векторы в геометрии и n-мерном пространстве.
2. Линейная комбинация и линейная независимость.

- **Практические задания и расчетные алгоритмы:**

1. Исследовать систему векторов на линейную зависимость или независимость: v1 = (1, 2, 3), v2 = (2, -1, 1), v3 = (0, 5, 5).
2. Составить однородную СЛАУ для векторов из предыдущего пункта. Если векторы линейно зависимы, выразить вектор v3 через линейную комбинацию векторов v1 и v2.

**ТЕМА 11. ДЕКАРТОВА СИСТЕМА КООРДИНАТ. БАЗИС (2 ЧАСА)**

**Семинар 11. Разложение вектора по базису**

- **Формируемый код результата:** УК-1-У6.
- **Вопросы для обсуждения:**

1. Понятие базиса на плоскости и в пространстве.
2. Координаты вектора и точки. Направляющие косинусы.

- **Практические задания и расчетные алгоритмы:**

1. Доказать, что векторы e1 = (1, 1, 1), e2 = (1, 1, 0), e3 = (1, 0, 0) образуют базис в трехмерном пространстве R^3 (проверить, что det из векторов не равен 0).
2. Найти координаты вектора x = (6, 4, 2) в данном базисе {e1, e2, e3}, решив систему линейных уравнений методом Гаусса.
3. Найти направляющие косинусы вектора a = (3, -4, 0) и длину вектора.

**ТЕМА 12. СКАЛЯРНОЕ, ВЕКТОРНОЕ, СМЕШАННОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ВЕКТОРОВ (2 ЧАСА)**

**Семинар 12. Приложения произведений векторов в геометрии**

- **Формируемый код результата:** УК-1-В1.
- **Вопросы для обсуждения:**

1. Метрические свойства произведений: углы, площади, объемы.
2. Условия ортогональности, коллинеарности и компланарности.

- **Практические задания и расчетные алгоритмы:**

1. Даны векторы a = (1, -2, 2) и b = (3, 0, -4). Вычислить скалярное произведение (a, b) и косинус угла между ними. Проверить векторы на ортогональность.
2. Найти векторное произведение [a, b] в координатной форме через определитель. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах a и b (S = |[a, b]|).

3. Проверить три вектора a = (1, 2, -1), b = (0, 1, 5), c = (3, 7, 2) на компланарность с помощью смешанного произведения (a, b, c). Найти объем параллелепипеда, построенного на этих векторах.

## 6. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### 6.1.1. Основные категории учебной дисциплины для самостоятельного изучения:

- **Алгебраическое дополнение** — минор элемента квадратной матрицы, взятый со знаком «плюс», если сумма индексов строки и столбца этого элемента четная, и со знаком «минус», если эта сумма нечетная.
- **Базис системы векторов** — упорядоченная линейно независимая совокупность векторов, через линейную комбинацию которых может быть единственным образом выражен любой вектор данного пространства.
- **Биекция (взаимно однозначное соответствие)** — отображение, которое одновременно является инъективным и сюръективным; при биекции каждому элементу одного множества соответствует ровно один элемент другого множества.
- **Бинарное отношение** — подмножество декартова произведения двух множеств, устанавливающее логическую связь между парами элементов этих множеств.
- **Векторное произведение векторов** — вектор, перпендикулярный исходным двум векторам, длина которого численно равна площади параллелограмма, построенного на этих векторах, а направление определяется по правилу правой тройки.
- **Декартово (прямое) произведение множеств** — множество всех упорядоченных пар элементов, в которых первый элемент принадлежит первому множеству, а второй элемент — второму множеству.
- **Диаграммы Эйлера-Венна** — геометрические схемы, используемые для графического изображения отношений между множествами и визуализации логических операций над ними.
- **Дискурсивная дизъюнкция (логическое сложение)** — логическая операция, соединяющая два высказывания в сложное выражение, которое истинно тогда, когда истинно хотя бы одно из исходных высказываний.
- **Законы де Моргана** — логические правила, связывающие операции отрицания, конъюнкции и дизъюнкции в алгебре логики, а также операции дополнения, пересечения и объединения в теории множеств.
- **Импликация (логическое следование)** — логическая операция, образующая сложное высказывание, которое ложно тогда и только тогда, когда первое высказывание (посылка) истинно, а второе (следствие) ложно.
- **Инъекция** — отображение множеств, при котором разным элементам первого множества всегда соответствуют разные элементы второго множества.
- **Квадратичная форма** — однородный многочлен второй степени относительно заданных переменных, структура которого однозначно определяется симметричной квадратной матрицей.
- **Конъюнкция (логическое умножение)** — логическая операция, соединяющая два высказывания в сложное выражение, которое истинно тогда и только тогда, когда истинны оба исходных высказывания.
- **Координаты вектора** — коэффициенты линейной комбинации базисных векторов, с помощью которых данный вектор раскладывается по выбранному базису.
- **Критерий Сильвестра** — алгоритм определения знакоопределенности квадратичной формы, основанный на анализе знаков ее главных угловых миноров.
- **Линейная зависимость векторов** — свойство системы векторов, при котором существует их нетривиальная линейная комбинация, равная нулевому вектору (хотя бы один вектор системы выражается через остальные).

- **Линейная независимость векторов** — свойство системы векторов, при котором их линейная комбинация равна нулевому вектору тогда и только тогда, когда все коэффициенты этой комбинации равны нулю.
- **Матрица** — прямоугольная таблица чисел, упорядоченных по строкам и столбцам, предназначенная для компактного представления систем линейных уравнений и операторов.
- **Матричный многочлен** — выражение вида многочлена, где вместо скалярной переменной выступает квадратная матрица, а вместо свободных членов — их произведения на единичную матрицу.
- **Минор элемента матрицы** — определитель квадратной матрицы, полученной из исходной путем вычеркивания строки и столбца, на пересечении которых находится данный элемент.
- **Множество** — совокупность определенных, различимых между собой объектов, мысленно объединяемых в единое целое по какому-либо общему признаку или свойству.
- **Направляющие косинусы** — косинусы углов, которые вектор образует с положительными направлениями осей прямоугольной декартовой системы координат.
- **Определитель (детерминант)** — числовая характеристика квадратной матрицы, вычисляемая по определенному алгоритму и отражающая свойства линейного преобразования, задаваемого этой матрицей.
- **Отношение порядка** — бинарное отношение, обладающее свойствами рефлексивности (или антирефлексивности), антисимметричности и транзитивности, позволяющее ранжировать элементы множества.
- **Отношение эквивалентности** — бинарное отношение, обладающее свойствами рефлексивности, симметричности и транзитивности, используемое для разбиения множества на классы.
- **Предикат** — логическая функция с переменными, которая принимает значение «истина» или «ложь» при подстановке конкретных элементов из заданной предметной области.
- **Ранг матрицы** — максимальное число линейно независимых строк или столбцов матрицы, совпадающее с наивысшим порядком ее отличных от нуля миноров.
- **Скалярное произведение векторов** — число, равное произведению длин двух векторов на косинус угла между ними; отражает метрические свойства векторов.
- **Смешанное произведение векторов** — скалярное произведение векторного произведения двух векторов на третий вектор; численно равно объему параллелепипеда, построенного на этой тройке векторов.
- **Собственный вектор матрицы** — ненулевой вектор, который при умножении на данную квадратную матрицу переходит в коллинеарный ему вектор, то есть умножается на некоторое скалярное число.
- **Собственное значение матрицы** — скалярное число, на которое умножается собственный вектор квадратной матрицы при применении к нему линейного оператора, задаваемого этой матрицей.
- **Сюръекция** — отображение множеств, при котором каждый элемент второго множества является образом хотя бы одного элемента первого множества (отображение «на»).
- **Таблица истинности** — таблица, наглядно отображающая, какие значения (истина или ложь) принимает сложное логическое выражение при всех возможных комбинациях истинностных значений его базовых переменных.
- **Тавтология** — сложная формула алгебры высказываний, принимающая логическое значение «истина» при любых наборах значений входящих в нее элементарных высказываний.
- **Теорема Кронекера-Капелли** — фундаментальная теорема линейной алгебры, утверждающая, что система линейных уравнений совместна тогда и только тогда, когда ранг ее основной матрицы равен рангу расширенной матрицы.
- **Теорема Лапласа** — правило, согласно которому определитель квадратной матрицы равен сумме произведений элементов любой выбранной строки (или столбца) на их соответствующие алгебраические дополнения.

- **Транзитивность** — свойство бинарного отношения, заключающееся в том, что если элемент А связан с Б, а Б связан с В, то элемент А обязательно связан с В.
- **Фундаментальная система решений (ФСР)** — совокупность линейно независимых решений однородной системы линейных уравнений, линейная комбинация которых задает общее решение этой системы.

### 6.1.2. Виды, объем и формы контроля самостоятельной работы студентов (СРС)

Общий объем самостоятельной работы по дисциплине составляет **54 часа**, включая **4 часа** на промежуточную аттестацию (зачет).

| № темы | Наименование разделов, тем учебных занятий | Объем СР (часы) | Виды самостоятельной работы студентов | Формы контроля СРС |
|---|---|---|---|---|
| **1** | Некоторые понятия теории множеств. | **4** | - Изучение литературы, глоссария<br>- Доказательство тождеств множеств | - Экспресс-тестирование<br>- Проверка домашних задач |
| **2** | Отношения и их свойства. | **4** | - Анализ графов бинарных отношений<br>- Разбиение множеств на классы | - Терминологический опрос<br>- Проверка РГЗ |
| **3** | Алгебра высказываний. | **4** | - Построение таблиц истинности<br>- Логические минимизации формул | - Проверка логических схем<br>- Компьютерный тест |
| **4** | Матрицы. Линейные операции. | **4** | - Вычисление матричных многочленов<br>- Транспонирование матриц | - Летучка (матричное умножение)<br>- Контроль домашних заданий |
| **5** | Определители. Вычисление, свойства. | **4** | - Разложение детерминантов по Лапласу<br>- Обнуление строк методом Гаусса | - Письменная контрольная работа<br>- Проверка РГЗ |
| **6** | Ранг матриц. Обратная матрица. | **4** | - Нахождение ранга ступенчатых матриц<br>- Расчет обратных матриц | - Тестирование алгоритмов<br>- Аудит расчетных листов |
| **7** | Системы линейных уравнений. | **4** | - Применение теоремы Кронекера-Капелли<br>- Расчет СЛАУ тремя методами | - Защита расчетно-графических работ<br>- Собеседование по ФСР |
| **8** | Характеристическое уравнение. Собственные значения. | **4** | - Нахождение корней многочленов<br>- Оценка форм по Сильвестру | - Коллоквиум<br>- Проверка модельных заданий |
| **9** | Элементы теории множеств. | **4** | - Построение биекций для бесконечных множеств<br>- Сравнение мощностей классов | - Аналитический опрос<br>- Логический блиц |
| **10** | Векторы. Линейные операции. | **4** | - Геометрические сложения векторов<br>- Анализ коллинеарности систем | - Проверка графических работ<br>- Фронтальный опрос |
| **11** | Декартова система координат. Базис. | **4** | - Нахождение координат векторов в базисе<br>- Расчет направляющих косинусов | - Проверка расчетных алгоритмов<br>- Экспресс-контроль |
| **12** | Произведения векторов. | **4** | - Нахождение площадей и объемов векторов<br>- Проверка компланарности тройки | - Контрольная работа по геометрии<br>- Защита мини-отчетов |
| **13** | Прямая на плоскости. | **1** | - Преобразование общих уравнений прямых | - Проверка домашних задач<br>- Опрос на семинаре |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | - Расчет расстояний от точек | |
| **14** | Плоскость в пространстве. | **1** | - Составление уравнений плоскостей по 3 точкам<br>- Нахождение углов | - Проверка домашних задач<br>- Блиц-опрос |
| | **Промежуточная аттестация (Зачет)** | **4** | - Систематизация теоретического материала<br>- Решение комплексных кейс-задач | - Устный/письменный зачет<br>- Проверка итоговой карты знаний |
| | **ИТОГО ОБЪЕМ СРС** | **54** | | |

### 6.1.3. Методические указания и конкретные домашние задания для самостоятельного изучения

**Тема 1. Некоторые понятия теории множеств**

- **Методические указания:** При выполнении операций над множествами используйте приоритет действий: сначала выполняется дополнение (¬), затем пересечение (∩), после — объединение (∪) и разность (). При построении диаграмм Эйлера-Венна для трех множеств штрихуйте каждую зону последовательно в соответствии со скобками.
- **Домашнее задание:** Универсальное множество задано как U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}. Заданы подмножества A = {1, 2, 5, 7, 9}, B = {2, 3, 5, 8, 10}, C = {4, 5, 6, 7, 8}. Найти множество: X = (A \ B) ∪ (¬C ∩ B)
  Построить диаграмму Эйлера-Венна для множества X.

**Тема 2. Отношения и их свойства**

- **Методические указания:** Чтобы проверить транзитивность отношения по его матрице, убедитесь, что если на пересечении i-й строки и j-го столбца стоит 1, а также на пересечении j-й строки и k-го столбца стоит 1, то на пересечении i-й строки и k-го столбца также обязана быть 1.
- **Домашнее задание:** На множестве M = {1, 2, 3, 4} задано бинарное отношение R упорядоченными парами: R = {(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,3), (4,4), (3,4), (4,3)}. Составить матрицу отношения R, построить его граф и доказать, что R является отношением эквивалентности.

**Тема 3. Алгебра высказываний**

- **Методические указания:** Помните, что импликация A → B эквивалентна выражению ¬A ∨ B. При построении таблиц истинности для трех переменных количество строк всегда равно 2^3 = 8.
- **Домашнее задание:** Построить таблицу истинности для формулы и определить, является ли она тавтологией:
  F = ((A → B) ∧ ¬B) → ¬A
  Используя законы логики, упростить выражение: ¬(A ∧ ¬B) ∨ (¬A ∧ B).

**Тема 4. Матрицы. Линейные операции над матрицами**

- **Методические указания:** Умножение матриц возможно только тогда, когда число столбцов первой матрицы совпадает с числом строк второй. Помните, что в общем случае A * B ≠ B * A.
- **Домашнее задание:** Даны матрицы A и B:
  A = [1 3; -2 0; 4 1]
  B = [2 -1; 0 5; 3 2]
  Найти матрицу C = 2 * A^T - 3 * B^T, где индекс T означает транспонирование. Вычислить произведение матриц X = M * N, если:
  M = [2 1 3; 0 -1 4]
  N = [1 3; 2 0; -5 1]

**Тема 5. Определители. Вычисление, свойства**

- **Методические указания:** При обнулении элементов строки определителя вы можете прибавлять к ней элементы другой строки, умноженные на любое число — величина определителя при этом не изменится. Если вы выносите общий множитель из строки, он выносится за знак всего определителя.
- **Домашнее задание:** Вычислить определитель четвертого порядка, предварительно обнулив элементы первого столбца ниже главной диагонали:|det| = |1 2 -1 3; 2 5 0 4; -1 1 3 2; 3 4 -2 1|

**Тема 6. Ранг матриц. Вычисление обратной матрицы**

- **Методические указания:** Обратная матрица существует только для квадратных матриц с определителем, не равным нулю. При вычислении обратной матрицы методом Жордана-Гаусса все операции над строками исходной матрицы дублируйте над приписанной справа единичной матрицей.
- **Домашнее задание:** Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду:
  A = [1 -2 3 0; 2 1 -1 4; 3 -1 2 4]
  Для матрицы B найти обратную матрицу B^(-1) и выполнить проверку B * B^(-1) = E:
  B = [1 2 1; 0 1 3; 2 5 6]

**Тема 7. Системы линейных уравнений**

- **Методические указания:** Если ранг основной матрицы равен рангу расширенной, но меньше числа неизвестных, система имеет бесконечное множество решений. В этом случае базисные переменные выражаются через свободные.
- **Домашнее задание:** Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) тремя методами: методом Крамера, матричным методом и методом Гаусса.
  { 2 * x1 + 3 * x2 - x3 = 4
  { x1 + 2 * x2 + 2 * x3 = 5
  { 3 * x1 - x2 + x3 = 2

**Тема 8. Характеристическое уравнение матрицы, собственные значения. Квадратичные формы**

- **Методические указания:** Собственные значения находятся из уравнения det(A - lambda * E) = 0. Для нахождения собственного вектора подставьте найденное значение lambda в систему (A - lambda * E) * X = 0 и решите её.
- **Домашнее задание:** Найти собственные значения и собственные векторы квадратной матрицы:
  A = [4 1; 2 3]
  Исследовать квадратичную форму на знакоопределенность с помощью критерия Сильвестра:
  f(x1, x2, x3) = x1^2 + 4 * x1 * x2 + 5 * x2^2 - 2 * x2 * x3 + 2 * x3^2

**Тема 9. Элементы теории множеств**

- **Методические указания:** Для доказательства счетности множества необходимо построить алгоритм (правило), который присваивает каждому элементу этого множества уникальный номер из множества натуральных чисел N (1, 2, 3...).
- **Домашнее задание:** Построить явную биективную функцию между множеством целых чисел Z и множеством натуральных чисел N, доказав тем самым счетность множества целых чисел.

**Тема 10. Векторы. Линейные операции над векторами**

- **Методические указания:** Если определитель, составленный из координат трех векторов, равен нулю, то эти векторы линейно зависимы (компланарны) и не могут служить базисом в трехмерном пространстве.
- **Домашнее задание:** Проверить, является ли система векторов линейно зависимой или линейно независимой:
  a1 = (1, 2, -1), a2 = (3, 0, 2), a3 = (5, 4, 0)

**Тема 11. Декартова система координат. Базис**

- **Методические указания:** Разложение вектора x по базису {e1, e2, e3} сводится к решению СЛАУ вида c1 * e1 + c2 * e2 + c3 * e3 = x, где коэффициенты c1, c2, c3 станут новыми координатами вектора.

- **Домашнее задание:** Доказать, что векторы e1 = (1, 2, 1), e2 = (0, 1, 2), e3 = (1, 0, 3) образуют базис в пространстве R^3, и найти координаты вектора a = (3, 5, 9) в этом базисе.

**Тема 12. Скалярное,ベクトル ное, смешанное произведение векторов**

- **Методические указания:** Векторное произведение векторов вычисляется через определитель третьего порядка, где первая строка — это орты i, j, k, а вторая и третья строки — координаты векторов. Смешанное произведение — это определитель из координат трех векторов.
- **Домашнее задание:** Даны векторы a = (2, -1, 3) и b = (1, 4, -2). Вычислить скалярное произведение (a, b) и угол между ними. Найти векторное произведение [a, b] и площадь параллелограмма, построенного на этих векторах. Вычислить смешанное произведение векторов a, b и c = (3, 2, 1).

**Тема 13. Прямая на плоскости. Виды уравнений**

- **Методические указания:** Расстояние от точки M(x0, y0) до прямой Ax + By + C = 0 вычисляется по формуле: d = |A*x0* + *B*y0 + C| / sqrt(A^2 + B^2).
- **Домашнее задание:** Составить уравнение прямой, проходящей через две заданные точки A(2, -3) и B(5, 1), и привести его к общему виду. Найти расстояние от точки M(-1, 4) до этой прямой.

**Тема 14. Плоскость в пространстве. Виды уравнений**

- **Методические указания:** Уравнение плоскости, проходящей через три точки, составляется как определитель третьего порядка, строки которого равны разностям координат текущей точки (x, y, z) и координат трех заданных точек, приравненный к нулю.
- **Домашнее задание:** Составить общее уравнение плоскости, проходящей через три точки: M1(1, 2, 0), M2(2, 1, 3), M3(-1, 0, 1). Найти координаты нормального вектора этой плоскости.

### 6.2 Задания для повторения и углубления приобретаемых знаний

| № | Код результата обучения | Задания |
|---|---|---|
| 1. | **УК-1-З1** | **Теоретическое доказательство инвариантности законов де Моргана**<br>Используя формальный язык математической логики и предикатов, докажите законы де Моргана для произвольного семейства множеств (включая бесконечные индексированные семейства). Графически проиллюстрируйте на диаграммах Эйлера-Венна асимметрию операций симметрической разности множеств (A Δ B) и постройте логическую цепочку, связывающую эту операцию с операцией исключающего «ИЛИ» (XOR). |
| 2. | **УК-1-З1** | **Анализ мощности бесконечных множеств по методу Кантора**<br>Изучите концепцию теории множеств Кантора. Постройте строгое логическое доказательство несчетности множества действительных чисел на отрезке [0, 1] с помощью знаменитого диагонального метода Кантора. Сформулируйте выводы о сущности континуум-гипотезы и объясните системное различие между мощностями счетных множеств (\(\aleph _{0}\)) и мощностями континуума (\(2^{\aleph _{0}}\)). |
| 3. | **УК-1-З2** | **Исследование свойств композиций бинарных отношений**<br>Пусть на множестве X заданы два различных отношения эквивалентности: R и S. Проведите критический анализ и докажите теоретически, при каких условиях их композиция (R * S) также будет являться отношением эквивалентности. Постройте контрпример, демонстрирующий, что объединение двух транзитивных отношений в общем случае теряет свойство транзитивности. |
| 4. | **УК-1-З2** | **Факторизация множеств по критериям частичного и линейного порядка**<br>На базе системного подхода исследуйте бинарное отношение делимости на множестве натуральных чисел N. Докажите, что данное отношение является отношением частичного порядка, но не является отношением линейного порядка. Опишите алгоритм построения диаграммы Хассе для подмножества делителей числа 60 и выявите свойства минимальных, максимальных, наименьших и наибольших элементов. |
| 5. | **УК-1-З3** | **Минимизация сложных высказываний методами исчисления предикатов**<br>Дан фрагмент сложного рассуждения, записанный в виде формулы алгебры логики. Проведите системный анализ структуры формулы и выполните её аналитическую минимизацию до базисов {И, НЕ} (штрих Шеффера) или {ИЛИ, НЕ} (стрелка Пирса). Докажите тождественную истинность полученного выражения без использования метода построения полных таблиц истинности. |

| | | |
|---|---|---|
| **6.** | **УК-1-З3** | **Проблема разрешимости логических выражений и кванторные сдвиги**<br>Сформулируйте разницу между логикой высказываний и логикой предикатов первого порядка. Обоснуйте, почему изменение порядка следования разноименных кванторов (квантора общности и квантора существования) принципиально меняет истинностное значение математического утверждения. Приведите содержательные примеры профессиональных задач, иллюстрирующих этот логический закон. |
| **7.** | **УК-1-З4** | **Исследование нильпотентных матриц и некоммутативности алгебры**<br>Докажите теоретически, что для любых квадратных матриц A и B одинакового порядка равенство (A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2 выполняется тогда и только тогда, когда матрицы коммутируют (AB = BA). Сформулируйте принципы проведения исследования для нильпотентных матриц (матриц, для которых существует степень k такая, что A^k = 0), и докажите, что определитель любой нильпотентной матрицы равен нулю. |
| **8.** | **УК-1-З4** | **Математический анализ инвариантов операции транспонирования**<br>Докажите, что любую квадратную матрицу произвольного порядка n можно единственным образом представить в виде суммы симметричной матрицы (для которой A^T = A) и кососимметричной матрицы (для которой A^T = -A). Выведите формулы для нахождения этих матричных компонентов на основе исходной матрицы A. |
| **9.** | **УК-1-З5** | **Теоретическое обоснование свойств определителя Вандермонда**<br>Изучите структуру специального определителя n-го порядка — определителя Вандермонда. Используя метод математической индукции и базовые свойства определителей (линейные преобразования строк), докажите формулу его вычисления через произведения разностей элементов. Сформулируйте вывод о том, при каких условиях матрица Вандермонда становится вырожденной. |
| **10.** | **УК-1-З5** | **Анализ мультипликативности детерминанта квадратных матриц**<br>Используя свойства элементарных матриц, докажите фундаментальную теорему линейной алгебры о том, что определитель произведения двух квадратных матриц равен произведению их определителей: det(AB) = det(A) * det(B). Обоснуйте на основе этой теоремы формулу для определителя обратной матрицы: det(A^(-1)) = 1 / det(A). |
| **11.** | **УК-1-З6** | **Связь между рангом матрицы, линейной зависимостью и дефектом оператора**<br>Обоснуйте принципы проведения теоретического исследования ранга матрицы. Докажите, что при умножении матрицы A на невырожденную матрицу B ранг полученного произведения не меняется. Сформулируйте макроструктурную связь между понятием ранга матрицы и размерностью пространства решений соответствующей однородной системы линейных уравнений. |
| **12.** | **УК-1-З6** | **Теоретический вывод алгоритма Жордана-Гаусса для инверсии матриц**<br>Математически обоснуйте правомерность нахождения обратной матрицы методом Жордана-Гаусса (путем приписывания единичной матрицы справа и проведения элементарных преобразований над строками). Докажите, что последовательность элементарных преобразований, переводящая исходную невырожденную матрицу A в единичную матрицу E, эквивалентна умножению расширенной матрицы слева на матрицу A^(-1). |

## 6.3 Задания, направленные на формирование профессиональных умений

| № | Код результата обучения | Задания |
|---|---|---|
| **1.** | **УК-1-У1** | **Построение сложных логических выражений и верификация тождеств**<br>Заданы подмножества целых чисел в универсальном пространстве U = {x ∈ Z |
| **2.** | **УК-1-У1** | **Синтез логической структуры высказываний по текстовым условиям**<br>Формализуйте текстовое условие профессиональной задачи: «Для успешной авторизации пользователя в системе необходимо, чтобы он ввел корректный пароль и либо прошел биометрический контроль, либо имел действующий токен доступа, при этом отсутствие подтверждения от администратора блокирует вход при любых условиях».<br>*Задание:* Постройте сложное логическое выражение, используя базовые операции (конъюнкцию, дизъюнкцию, импликацию, отрицание). |
| **3.** | **УК-1-У2** | **Анализ логических схем и минимизация переключательных функций**<br>Задана переключательная функция, описывающая работу технического узла:<br>F(A, B, C) = ((A → B) ∧ ¬B) ∨ (A ∧ C).<br>*Задание:* Проведите системный анализ логической структуры выражения, постройте для него полную |

| | | |
|---|---|---|
| | | таблицу истинности и разберитесь в его логической схеме. Минимизируйте функцию аналитическим путем для оптимизации количества элементов схемы. |
| **4.** | **УК-1-У2** | **Исследование СЛАУ на совместность по теореме Кронекера-Капелли**<br>Задана система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):<br>{ x1 - 2 * x2 + x3 + 3 * x4 = 2<br>{ 2 * x1 + x2 - x3 + x4 = 1<br>{ 3 * x1 - x2 + 4 * x4 = 3<br>*Задание:* Разберитесь в структуре системы, примените теорему Кронекера-Капелли и докажите, что система является совместной и неопределенной. Найдите ранг основной и расширенной матриц методом Гаусса. |
| **5.** | **УК-1-У3** | **Комплексное вычисление определителей высших порядков**<br>Задана квадратная матрица четвертого порядка:<br>A = [<br>2 1 -1 3;<br>4 3 0 1;<br>-2 1 5 2;<br>0 2 3 -1<br>]<br>*Задание:* Решите задачу вычислительного характера: найдите определитель матрицы det(A) методом Лапласа (разложением по строке/столбцу) после предварительного эффективного обнуления элементов одного из столбцов с помощью элементарных преобразований. |
| **6.** | **УК-1-У3** | **Спектральный анализ матриц и нахождение собственных значений**<br>Задана квадратная матрица третьего порядка:<br>A = [<br>4 -2 0;<br>1 1 0;<br>0 0 3<br>]<br>*Задание:* Решите задачу теоретического и вычислительного характера: составьте характеристическое уравнение матрицы det(A - lambda * E) = 0, найдите все собственные значения (lambda) и соответствующие им собственные векторы системы. |
| **7.** | **УК-1-У4** | **Логически корректное применение матричного метода для решения СЛАУ**<br>Задана математическая модель системы в виде матричного уравнения AX = B, где:<br>A = [2 1 1; 1 0 3; 3 -1 2], B = [4; 5; 2].<br>*Задание:* Проверьте условие невырожденности матрицы (det A ≠ 0). Логически корректно примените математический метод обратной матрицы для нахождения вектора неизвестных X = A^(-1) * B. Проведите верификацию результата путем прямого умножения матриц. |
| **8.** | **УК-1-У4** | **Применение метода Крамера с верификацией полученных результатов**<br>Задана система линейных уравнений:<br>{ 3 * x1 + 2 * x2 - x3 = 4<br>{ x1 + x2 + 2 * x3 = 5<br>{ 2 * x1 - x2 + x3 = -1<br>*Задание:* Логически корректно примените метод Крамера для решения СЛАУ. Вычислите главный определитель системы и три вспомогательных определителя. Верифицируйте полученные значения неизвестных подстановкой в исходные уравнения. |
| **9.** | **УК-1-У5** | **Построение математической модели разложения вектора по базису**<br>Задана система пространственных векторов, определяющих структуру линейного подпространства: e1 = (1, 1, 1), e2 = (1, 2, 0), e3 = (0, 1, 3), а также целевой вектор x = (3, 6, 7).<br>*Задание:* Постройте корректно обоснованную математическую модель задачи профессиональной деятельности в виде СЛАУ и найдите координаты вектора x в базисе {e1, e2, e3}, разложив его по элементам системы. |
| **10.** | **УК-1-У5** | **Моделирование геометрических параметров объектов по векторным координатам**<br>В трехмерном пространстве заданы координаты вершин тетраэдра: A(1, 2, 0), B(3, 0, 2), C(2, 4, -1), D(0, 1, 5).<br>*Задание:* Строя обоснованные математические модели векторов, найдите длины ребер AB и AC, вычислите величину угла между ними через скалярное произведение векторов, а также найдите площадь грани ABC с помощью векторного произведения. |
| **11.** | **УК-1-У6** | **Применение смешанного произведения для верификации компланарности**<br>Задана система из трех геометрических векторов: |

| | | |
|---|---|---|
| | | a = (2, -1, 3), b = (1, 4, 0), c = (5, 2, 6).<br>*Задание:* Примените математический метод смешанного произведения векторов в координатной форме для расчета объема параллелепипеда, построенного на этих векторах. Верифицируйте полученный результат: сделайте вывод о компланарности или линейной независимости данной тройки векторов. |
| **12.** | **УК-1-У6** | **Верификация взаимного расположения геометрических объектов на плоскости**<br>Заданы уравнения двух прямых на плоскости:<br>L1: 3x - 4y + 5 = 0,<br>L2: 6x - 8y - 15 = 0.<br>*Задание:* Примените математические методы аналитической геометрии для определения взаимного расположения прямых (параллельность, перпендикулярность или пересечение). Рассчитайте расстояние между этими прямыми и верифицируйте результат, выбрав произвольную точку на прямой L1. |

## 6.4 Задания, направленные на формирование профессиональных навыков, владений

| № | Код результата обучения | Задания |
|---|---|---|
| **1.** | **УК-1-В1** | **Разработка алгоритма минимизации систем множеств в базах данных**<br>Владея методами построения и упрощения выражений, разработайте формализованный алгоритм минимизации дизъюнктивных условий выборки объектов из реляционной базы данных. На основе заданных пересекающихся характеристических свойств подмножеств докажите тождественную эквивалентность преобразованной схемы и подтвердите отсутствие потери данных. |
| **2.** | **УК-1-В1** | **Аналитическое проектирование классов эквивалентности в сложных структурах**<br>Продемонстрируйте владение методами построения фактор-множеств. На примере абстрактной информационной системы, содержащей 1000 элементов, задайте бинарное транзитивное отношение. Опишите пошаговый алгоритм разделения этой структуры на классы эквивалентности и сделайте выводы о мощности полученного фактор-множества. |
| **3.** | **УК-1-В2** | **Синтез и логическая оптимизация функциональных схем управления**<br>Владея методами построения функциональных схем, спроектируйте переключательную логическую схему для системы аварийного оповещения, работающей по ТЗ: «Сигнал подается, если сработал датчик А и не сработал Б, либо если одновременно активны датчики Б и С». Проведите аналитическое упрощение функции и постройте оптимизированную схему в логическом базисе {И-НЕ}. |
| **4.** | **УК-1-В2** | **Логическое моделирование процессов принятия решений на графах отношений**<br>На основе текстового описания технологического процесса постройте ориентированный граф бинарного отношения строгого порядка. Продемонстрируйте владение методами минимизации путей принятия решений: преобразуйте граф в аналитическую логическую формулу и найдите оптимальный сценарий прохождения всех этапов контроля. |
| **5.** | **УК-1-В3** | **Инструментальное решение прикладных задач методами матричной алгебры**<br>Владея навыками решения типовых задач линейной алгебры, постройте матричную модель межотраслевого баланса Леонтьева для трехпродуктовой экономической системы. Используя алгоритм вычисления обратной матрицы, рассчитайте необходимый объем валового выпуска продукции при изменении вектора конечного спроса на 15%. |
| **6.** | **УК-1-В3** | **Проектирование и расчет параметров ФСР для неопределенных систем**<br>Продемонстрируйте владение навыками построения фундаментальной системы решений (ФСР). Для многомерной технической системы, заданной совместной неопределенной СЛАУ с двумя свободными переменными, найдите базис пространства решений. Сформируйте общее решение в виде линейной комбинации векторов ФСР и обоснуйте область его физической применимости. |
| **7.** | **УК-1-В4** | **Формулирование практических задач оптимизации в терминах теории матриц**<br>Владея основными методами формулирования практических задач в математических терминах, преобразуйте словесное описание распределения ресурсов на производстве в каноническую форму СЛАУ. Проведите критический анализ системы на совместность, используя ранг матрицы, и определите, существуют ли избыточные или противоречивые ограничения. |
| **8.** | **УК-1-В4** | **Построение математических моделей сетевых графиков методами линейной алгебры**<br>Переведите эмпирические данные о пропускной способности транспортной сети в матричную форму (матрицу инцидентности графа). Сформулируйте задачу нахождения равновесных потоков в терминах однородных систем линейных уравнений. Сделайте содержательные выводы о критических узлах системы на основе анализа ранга полученной матрицы. |

| | | |
|---|---|---|
| **9.** | **УК-1-В5** | **Применение спектрального анализа матриц для прогнозирования динамических систем**<br>Продемонстрируйте владение навыками практического использования аппарата линейной алгебры при исследовании устойчивости динамической системы. Найдите собственные значения и собственные векторы матрицы эволюции системы. Сделайте вывод о долгосрочном поведении системы в зависимости от того, находятся ли корни характеристического уравнения в заданной области. |
| **10.** | **УК-1-В5** | **Канонический анализ поверхностей второго порядка методами квадратичных форм**<br>Владея навыками практического использования математического аппарата, примените метод Лагранжа для приведения квадратичной формы, описывающей геометрический объект в пространстве, к каноническому виду. Определите тип поверхности и найдите матрицу линейного преобразования координат. |
| **11.** | **УК-1-В6** | **Интерпретация результатов векторного моделирования физических полей**<br>Задана математическая модель силового взаимодействия объектов, выраженная через систему пространственных векторов. Владея навыками интерпретации результатов моделирования, рассчитайте момент силы относительно точки с помощью векторного произведения и общую работу системы через скалярное произведение. Дайте содержательную физическую оценку полученным числовым значениям. |
| **12.** | **УК-1-В6** | **Анализ и верификация геометрических параметров пространственных конструкций**<br>На основе построенной математической модели архитектурного объекта, заданного уравнениями пересекающихся плоскостей в пространстве, рассчитайте величину двугранного угла между ними. Продемонстрируйте владение навыками интерпретации: оцените конструктивную устойчивость элемента и верифицируйте результат вычислением расстояния от критической точки до линии пересечения. |

## 7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

7.1. Средства оценивания в ходе текущего контроля:

- письменные краткие опросы в ходе аудиторных занятий по учебной дисциплине;
- решение задач, проверка выполненных заданий и упражнений;
- выполнение заданий и упражнений в ходе семинаров, которые раскрываются в планах семинарских занятий;

-ответы на вопросы при проведении зачета, экзамена.

### 7.2. ФОС для текущего контроля:

| № п/п | Код результата | ФОС текущего контроля |
|---|---|---|
| **1** | **УК-1-З1** | Выполнение заданий для повторения и углубления знаний №1, №2 Раздела 6.2 (Теоретическое доказательство инвариантности законов де Моргана; Анализ мощности бесконечных множеств по методу Кантора). |
| **2** | **УК-1-З2** | Выполнение заданий для повторения и углубления знаний №3, №4 Раздела 6.2 (Исследование свойств композиций бинарных отношений; Факторизация множеств по критериям частичного и линейного порядка). |
| **3** | **УК-1-З3** | Выполнение заданий для повторения и углубления знаний №5, №6 Раздела 6.2 (Минимизация сложных высказываний методами исчисления предикатов; Проблема разрешимости логических выражений). |
| **4** | **УК-1-З4** | Выполнение заданий для повторения и углубления знаний №7, №8 Раздела 6.2 (Исследование нильпотентных матриц; Математический анализ инвариантов операции транспонирования). |
| **5** | **УК-1-З5** | Выполнение заданий для повторения и углубления знаний №9, №10 Раздела 6.2 (Теоретическое обоснование свойств определителя Вандермонда; Анализ мультипликативности детерминанта). |
| **6** | **УК-1-З6** | Выполнение заданий для повторения и углубления знаний №11, №12 Раздела 6.2 (Связь между рангом матрицы и линейной зависимостью; Теоретический вывод алгоритма Жордана-Гаусса). |
| **7** | **УК-1-У1** | Выполнение заданий, направленных на формирование профессиональных умений №1, №2 Раздела 6.3 (Построение сложных логических выражений; Синтез логической структуры высказываний). |
| **8** | **УК-1-У2** | Выполнение заданий, направленных на формирование профессиональных умений №3, №4 Раздела 6.3 (Анализ логических схем и переключательных функций; Исследование СЛАУ по теореме Кронекера- |

| | | |
|---|---|---|
| | | Капелли). |
| **9** | **УК-1-У3** | Выполнение заданий, направленных на формирование профессиональных умений №5, №6 Раздела 6.3 (Комплексное вычисление определителей высших порядков; Спектральный анализ матриц). |
| **10** | **УК-1-У4** | Выполнение заданий, направленных на формирование профессиональных умений №7, №8 Раздела 6.3 (Применение матричного метода для решения СЛАУ; Применение метода Крамера с верификацией). |
| **11** | **УК-1-У5** | Выполнение заданий, направленных на формирование профессиональных умений №9, №10 Раздела 6.3 (Построение модели разложения вектора по базису; Моделирование параметров по векторным координатам). |
| **12** | **УК-1-У6** | Выполнение заданий, направленных на формирование профессиональных умений №11, №12 Раздела 6.3 (Применение смешанного произведения для верификации; Верификация взаимного расположения прямых). |
| **13** | **УК-1-В1** | Выполнение заданий, направленных на формирование профессиональных навыков, владений №1, №2 Раздела 6.4 (Разработка алгоритма минимизации систем множеств; Аналитическое проектирование классов эквивалентности). |
| **14** | **УК-1-В2** | Выполнение заданий, направленных на формирование профессиональных навыков, владений №3, №4 Раздела 6.4 (Синтез и логическая оптимизация функциональных схем; Моделирование процессов на графах отношений). |
| **15** | **УК-1-В3** | Выполнение заданий, направленных на формирование профессиональных навыков, владений №5, №6 Раздела 6.4 (Решение прикладных задач методами матричной алгебры; Проектирование и расчет параметров ФСР). |
| **16** | **УК-1-В4** | Выполнение заданий, направленных на формирование профессиональных навыков, владений №7, №8 Раздела 6.4 (Формулирование задач оптимизации в терминах матриц; Построение математических моделей сетевых графиков). |
| **17** | **УК-1-В5** | Выполнение заданий, направленных на формирование профессиональных навыков, владений №9, №10 Раздела 6.4 (Применение спектрального анализа матриц; Канонический анализ поверхностей второго порядка). |
| **18** | **УК-1-В6** | Выполнение заданий, направленных на формирование профессиональных навыков, владений №11, №12 Раздела 6.4 (Интерпретация результатов векторного моделирования; Анализ и верификация параметров конструкций). |

## ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЗАЧЁТУ

1. Понятие множества и элемента множества. Способы задания множеств. Подмножества, понятие включения. Пустое и универсальное множества.
2. Базовые операции над множествами (объединение, пересечение, разность, дополнение) и их графическая иллюстрация с помощью диаграмм Эйлера-Венна.
3. Основные свойства операций над множествами (коммутативность, ассоциативность, дистрибутивность, законы де Моргана).
4. Понятие мощности множества. Равномощные множества. Понятие счетного множества и множества мощности континуума.
5. Упорядоченная пара. Прямое (декартово) произведение множеств и его геометрическая интерпретация.
6. Понятие бинарного отношения на множестве. Область определения и область значений отношения. Способы задания отношений (списком пар, матрицей, графом).
7. Основные свойства бинарных отношений (рефлексивность, антирефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность).
8. Отношение эквивалентности. Разбиение множества на классы эквивалентности. Понятие фактор-множества.
9. Отношение порядка (частичный, строгий, линейный порядок). Примеры отношений порядка.
10. Отображения (функции) множеств. Виды отображений: инъекция, сюръекция, биекция. Композиция отображений и обратное отображение.
11. Логические высказывания. Истинностные значения. Элементарные и сложные (составные) высказывания.

12. Базовые логические операции (отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквивалентность), их экономический и математический смысл.
13. Формулы алгебры высказываний. Таблицы истинности: правила построения и назначение.
14. Классификация формул алгебры логики (тавтологии, противоречия, выполнимые формулы). Основные законы логики.
15. Равносильные преобразования формул алгебры высказываний. Понятие предиката и кванторов (общности и существования).
16. Понятие матрицы, ее размеры и элементы. Основные виды матриц (квадратная, диагональная, единичная, нулевая, треугольная, симметричная).
17. Линейные операции над матрицами (сложение, умножение на скаляр) и их алгебраические свойства. Операция транспонирования матриц.
18. Операция умножения матриц: правило «строка на столбец» и условие согласованности размеров. Свойство некоммутативности умножения.
19. Возведение квадратной матрицы в целую положительную степень. Понятие и вычисление матричных многочленов.
20. Понятие определителя (детерминанта) квадратной матрицы. Вычисление определителей второго и третьего порядков.
21. Миноры и алгебраические дополнения элементов матрицы. Теорема Лапласа о разложении определителя по строке или столбцу.
22. Основные свойства определителей квадратных матриц.
23. Вычисление определителей высших порядков методом эффективного обнуления элементов строк (столбцов) с помощью элементарных преобразований.
24. Понятие линейной зависимости и линейной независимости строк (столбцов) матрицы.
25. Ранг матрицы: определение и экономико-математический смысл. Метод окаймляющих миноров для нахождения ранга.
26. Элементарные преобразования матриц. Вычисление ранга матрицы методом Гаусса (приведением к ступенчатому виду).
27. Понятие вырожденной и невырожденной квадратной матрицы. Критерий существования обратной матрицы.
28. Алгоритм вычисления обратной матрицы методом присоединенной (союзной) матрицы через алгебраические дополнения.
29. Алгоритм вычисления обратной матрицы методом Жордана-Гаусса с помощью элементарных преобразований над расширенной матрицей. Свойства обратной матрицы.
30. Общий вид системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Матричная форма записи систем. Основная и расширенная матрицы СЛАУ.
31. Классификация СЛАУ по количеству решений (совместные, несовместные, определенные, неопределенные). Понятие тривиального и нетривиального решений.
32. Теорема Кронекера-Капелли как инструмент системного анализа существования и единственности решений СЛАУ.
33. Матричный метод решения квадратных СЛАУ с помощью обратной матрицы. Ограничения метода.
34. Метод Крамера для решения систем линейных уравнений с помощью определителей. Ограничения метода.
35. Универсальный метод Гаусса (метод исключения неизвестных) для решения произвольных СЛАУ. Понятие базисных и свободных переменных.
36. Однородные системы линейных уравнений и свойства их решений. Понятие и алгоритм построения фундаментальной системы решений (ФСР).
37. Линейные преобразования пространства и их матрицы. Понятие собственного вектора и собственного значения квадратной матрицы.
38. Характеристическая матрица, характеристический многочлен и характеристическое уравнение квадратной матрицы. Свойства собственных значений.

39. Алгоритм нахождения собственных значений и соответствующих им собственных векторов квадратной матрицы.
40. Понятие квадратичной формы. Матрица квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.
41. Знакоопределенность квадратичных форм (положительно, отрицательно определенные, знакопеременные формы). Исследование форм по критерию Сильвестра.
42. Понятие геометрического вектора. Длина (модуль) вектора. Виды векторов (коллинеарные, компланарные, равные, нулевые, орты).
43. Линейные операции над векторами (сложение, умножение на скаляр) и их геометрические и координатные свойства. Линейная комбинация векторов.
44. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Геометрические критерии линейной зависимости векторов на прямой, на плоскости и в пространстве.
45. Понятие базиса системы векторов на плоскости и в пространстве. Теорема о разложении вектора по базису и единственности координат.
46. Декартова прямоугольная система координат. Радиус-вектор точки. Координаты точки и координаты вектора. Направляющие косинусы вектора. Проекция вектора на ось.
47. Скалярное произведение векторов: определение, геометрический смысл, алгебраические свойства и координатная форма записи. Приложения скалярного произведения.
48. Векторное произведение векторов: определение, геометрический смысл (площадь параллелограмма), свойства и вычисление в координатной форме. Условие коллинеарности.
49. Смешанное произведение трех векторов: определение, геометрический смысл (объем параллелепипеда), вычисление в координатной форме. Условие компланарности.
50. Прямая линия на плоскости. Виды уравнений прямой (общее, с угловым коэффициентом, по двум точкам, каноническое, параметрическое, в отрезках).
51. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.
52. Плоскость в пространстве. Виды уравнений плоскости (общее, по точке и нормальному вектору, по трем точкам, в отрезках).
53. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости.

## Задания для оценки умений.

### Блок 1. Теория множеств, отношения и алгебра логики

- **Задача 1.** Заданы подмножества целых чисел в универсальном пространстве $U = \{x \in Z \mid 1 \le x \le 10\}$:
  $A = \{1, 3, 5, 8, 10\}$, $B = \{2, 3, 5, 7, 9\}$, $C = \{4, 5, 6, 7, 8\}$.
  *Задание:* Постройте аналитическое выражение и найдите результирующее множество $X = (A \setminus B) \cup (\neg C \cap A)$. Графически верифицируйте полученный результат путем построения диаграммы Эйлера-Венна.
- **Задача 2.** Задана сложная переключательная функция, описывающая работу технического узла: $F(A, B, C) = ((A \rightarrow B) \wedge \neg B) \vee (A \wedge C)$.
  *Задание:* Постройте для данного выражения полную таблицу истинности (содержащую 8 строк) и определите тип логической формулы (выполнимая, тавтология или противоречие).

### Блок 2. Матричная алгебра и определители

- **Задача 3.** Даны матрицы A и B:
  A = [1 3; -2 0; 4 1]
  B = [2 -1; 0 5; 3 2]

*Задание:* Вычислите результирующую матрицу C = 2 * A^T - 3 * B^T, где индекс T означает операцию транспонирования.

- **Задача 4.** Даны матрицы M и N:
  M = [2 1 3; 0 -1 4]
  N = [1 3; 2 0; -5 1]
  *Задание:* Вычислите произведение матриц X = M * N. Проверьте возможность существования обратного произведения N * M на основе анализа их размеров.
- **Задача 5.** Задана квадратная матрица четвертого порядка:
  A = [
  2 1 -1 3;
  4 3 0 1;
  -2 1 5 2;
  0 2 3 -1
  ]
  *Задание:* Найдите определитель матрицы det(A) методом Лапласа (разложением по строке или столбцу) после предварительного эффективного обнуления элементов первого столбца ниже главной диагонали с помощью элементарных преобразований.

**Блок 3. Системы линейных уравнений и спектральный анализ**

- **Задача 6.** Задана система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):
  { x1 - 2 * x2 + x3 + 3 * x4 = 2
  { 2 * x1 + x2 - x3 + x4 = 1
  { 3 * x1 - x2 + 4 * x4 = 3
  *Задание:* Используя метод Гаусса, приведите расширенную матрицу системы к ступенчатому виду. На основе теоремы Кронекера-Капелли определите ранги основной и расширенной матриц, выделите базисные и свободные переменные и запишите общее решение системы.
- **Задача 7.** Задана квадратная матрица третьего порядка:
  A = [
  4 -2 0;
  1 1 0;
  0 0 3
  ]
  *Задание:* Составьте характеристическое уравнение матрицы det(A - lambda * E) = 0, найдите все собственные значения (lambda) и соответствующие им собственные векторы.

**Блок 4. Векторная алгебра и аналитическая геометрия**

- **Задача 8.** Задана система пространственных векторов, определяющих структуру линейного подпространства:
  e1 = (1, 2, 1), e2 = (0, 1, 2), e3 = (1, 0, 3), а также целевой вектор a = (3, 5, 9).
  *Задание:* Докажите, что система векторов {e1, e2, e3} образует базис в пространстве R^3. Составьте математическую модель задачи в виде СЛАУ и найдите новые координаты вектора a в этом базисе.
- **Задача 9.** В трехмерном пространстве заданы координаты вершин тетраэдра: A(1, 2, 0), B(3, 0, 2), C(2, 4, -1), D(0, 1, 5).
  *Задание:* Постройте векторы AB, AC и AD. Используя аппарат векторной алгебры, вычислите длину ребра AB, величину угла между ребрами AB и AC (через скалярное произведение), а также найдите площадь грани ABC с помощью векторного произведения.
- **Задача 10.** Заданы уравнения двух прямых на плоскости:
  L1: 3x - 4y + 5 = 0
  L2: 6x - 8y - 15 = 0

*Задание:* Определите взаимное расположение прямых (параллельность, перпендикулярность или пересечение). Рассчитайте кратчайшее расстояние между данными прямыми.

**Задания, направленные на формирование профессиональных навыков, владений.**

**Кейс 1. Проектирование и декомпозиция отношений в информационных базах (УК-1-В1)**

- **Ситуация:** Разрабатывается структура хранения данных для крупного логистического центра. Проектировщик задал бинарное отношение связей между 1000 ключевых номенклатурных объектов на складе. В ходе предварительного аудита системы возникло предположение, что это отношение обладает свойствами рефлексивности, симметричности и транзитивности.
- **Задание для студента:**

1. Опираясь на базовые понятия теории множеств, докажите, к какому типу относится данное отношение и какую аналитическую пользу для оптимизации базы данных оно несет.
2. Опишите пошаговый алгоритм проведения факторизации этой системы (разбиения на классы эквивалентности).
3. Сделайте вывод, как изменится скорость поиска информации в базе данных, если вместо работы со всей массой из 1000 элементов система будет обращаться к элементам фактор-множества.

**Кейс 2. Синтез и логическая оптимизация систем управления (УК-1-В2)**

- **Ситуация:** На промышленном предприятии проектируется модуль автоматического отключения конвейера при аварийных ситуациях. Модуль получает сигналы от трех независимых датчиков: A, B и C. Согласно техническому заданию, блокировка должна срабатывать, если: «активен датчик A и при этом неактивен датчик B, либо если одновременно активны датчики B и C». Инженер собрал первичную схему, содержащую большое количество логических элементов, что снижает надежность системы.
- **Задание для студента:**

1. Переведите текстовое техническое задание в строгую форму сложного логического выражения алгебры высказываний.
2. Продемонстрируйте владение методами минимизации переключательных функций: выполните аналитическое упрощение формулы с помощью законов логики (законов де Моргана, дистрибутивности, поглощения).
3. Постройте оптимизированную функциональную схему управления в минимальном логическом базисе {И-НЕ}.

**Кейс 3. Инструментальное моделирование баланса многопродуктовых систем (УК-1-В3)**

- **Ситуация:** Региональный аналитический центр строит модель материально-технического снабжения для трех связанных производственных отраслей. Отношения между отраслями заданы матрицей прямых затрат A и вектором конечного спроса B:
A = [0,2 0,3 0,1; 0,1 0,1 0,4; 0,3 0,2 0,1], B = [100; 150; 80].
- **Задание для студента:**

1. Владея методами линейной алгебры, составьте уравнение межотраслевого баланса Леонтьева для нахождения вектора необходимого валового выпуска X.
2. Реализуйте алгоритм решения задачи: проверьте условие продуктивности матрицы (условие существования матрицы Леонтьева (E - A)^(-1)) и рассчитайте компоненты вектора X.
3. Проведите интерпретацию результатов: определите, какая отрасль окажется наиболее загруженной при росте конечного спроса на продукцию третьей отрасли на 20%.

**Кейс 4. Системный анализ и оптимизация сетевых потоков в терминах СЛАУ (УК-1-В4)**

- **Ситуация:** Транспортная сеть распределения ресурсов между узлами задана ориентированным графом, где потоки на участках описываются системой уравнений. Матрица инцидентности данной

сети имеет размер 4 на 5 (4 узла, 5 каналов связи). Предварительный расчет показал, что ранг расширенной матрицы системы равен рангу основной матрицы, но меньше числа неизвестных (числа каналов).

- **Задание для студента:**

1. Владея методами формулирования практических задач в математических терминах, определите характер данной системы уравнений на основе теоремы Кронекера-Капелли.
2. Опишите пошаговый алгоритм выделения базисных и свободных переменных, необходимых для построения фундаментальной системы решений (ФСР).
3. Сделайте содержательный вывод о стабильности сети: как наличие свободных переменных в общем решении характеризует адаптивность и избыточность транспортных путей при пиковых нагрузках.

**Кейс 5. Спектральный анализ устойчивости динамических систем (УК-1-В5)**

- **Ситуация:** В ходе исследования устойчивости автоматизированной системы была построена матрица линейного оператора эволюции ее внутренних параметров:

A = [5 4; 1 2].

Теория систем утверждает, что траектория развития объекта будет оставаться устойчивой и затухающей во времени только в том случае, если все собственные значения матрицы А строго меньше критического параметра К = 7.

- **Задание для студента:**

1. Продемонстрируйте владение навыками практического использования аппарата линейной алгебры: составьте характеристическое уравнение матрицы и найдите спектр ее собственных значений.
2. Для каждого найденного собственного значения рассчитайте соответствующие им собственные векторы.
3. Сделайте итоговое обоснованное заключение о стабильности исследуемой динамической системы на основе полученных математических данных.

**Кейс 6. Метрическая верификация пространственных параметров конструкций (УК-1-В6)**

- **Ситуация:** При монтаже элементов инженерного сооружения две смежные плоскости обшивки были установлены в пространстве в соответствии с проектными уравнениями:

Плоскость 1: 2x - y + 2z - 3 = 0,

Плоскость 2: x + 2y + 2z - 5 = 0.

Технический регламент безопасности требует, чтобы угол между элементами конструкции находился строго в диапазоне от 40 до 50 градусов, а критическая точка контроля М(1, 2, 4) находилась на расстоянии не менее 2 единиц от первой плоскости.

- **Задание для студента:**

1. Примените методы векторной алгебры и аналитической геометрии для расчета косинуса и величины угла между заданными плоскостями через их нормальные векторы.
2. Вычислите точное расстояние от точки М до первой плоскости по каноническому метрическому алгоритму.
3. Проведите интерпретацию и верификацию результатов: сделайте вывод о соответствии возведенной конструкции нормам строительного ТЗ.

## 8. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

а) основная литература:

1. Бурмистрова, Е. Б. Линейная алгебра : учебник и практикум для вузов / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 421 с. — (Высшее образование). —

ISBN 978-5-534-15839-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/560017

2. Вечтомов, Е. М. Математика: логика, множества, комбинаторика : учебник для вузов / Е. М. Вечтомов, Д. В. Широков. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 176 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19122-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/563780
3. Гисин, В. Б. Дискретные математические модели в экономике и информатике : учебник и практикум для вузов / В. Б. Гисин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 148 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-18439-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/575508
4. Канарейкин, А. И. Высшая математика : учебник / А. И. Канарейкин. — Москва, Вологда : Инфра-Инженерия, 2024. — 224 с. — ISBN 978-5-9729-1828-7. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/143599.html
5. Лубягина, Е. Н. Линейная алгебра : учебник для вузов / Е. Н. Лубягина, Е. М. Вечтомов. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 150 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10594-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/565745
6. Малугин, В. А. Линейная алгебра: практический курс для экономистов : учебник и практикум для вузов / В. А. Малугин, Я. А. Рощина. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 361 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19706-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/560578
7. Скорубский, В. И. Математическая логика : учебник и практикум для вузов / В. И. Скорубский, В. И. Поляков, А. Г. Зыков. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 211 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01114-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/561076
8. Татарников, О. В. Линейная алгебра : учебник для вузов / О. В. Татарников, А. С. Чуйко, В. Г. Шершнев ; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 273 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19275-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/556226

б) дополнительная литература:

1. Афанасьев, С. Г. Математическая логика : учебное пособие / С. Г. Афанасьев. — 2-е изд. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2024. — 82 с. — ISBN 978-5-4497-3544-7. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/142561.html
2. Палий, И. А. Дискретная математика и математическая логика : учебник для вузов / И. А. Палий. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 370 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-12446-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/563493
3. Орлова, И. В. Линейная алгебра и аналитическая геометрия для экономистов : учебник и практикум для вузов / И. В. Орлова, В. В. Угрозов, Е. С. Филонова. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 306 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-20042-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/557492

4. Судоплатов, С. В. Математическая логика и теория алгоритмов : учебник и практикум для вузов / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. — 5-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 207 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-12274-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/559978

## 9. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЛЕКТОВ ЛИЦЕНЗИОННОГО И СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ, ИСПОЛЬЗУЕМОГО ПРИ ИЗУЧЕНИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

При изучении учебной дисциплины (в том числе в интерактивной форме) предполагается применение современных информационных технологий. Комплект программного обеспечения для их использования включает в себя:

пакеты офисного программного обеспечения Microsoft Office (Word, Excel, PowerPoint), OpenOffice;

веб-браузер (Google Chrome, Mozilla Firefox, Internet Explorer др.);

электронную библиотечную систему IPRBooks;

систему размещения в сети «Интернет» и проверки на наличие заимствований курсовых, научных и выпускных квалификационных работ «ВКР-ВУЗ.РФ».

Для доступа к учебному плану и результатам освоения дисциплины, формирования Портфолио обучающегося используется Личный кабинет студента (он-лайн доступ через сеть Интернет http://lk.rosnou.ru).

## 10. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Интернет-ресурсы**

1. **Информационно-аналитический портал «Математика для студентов» (Math.Semestr)** [Электронный ресурс]: Раздел «Решение линейного программирования и математических моделей онлайн». — Электрон. дан. — Режим доступа: https://math.semestr.ru/math/lim.php (свободный доступ; специализированный интерактивный ресурс для пошаговой проверки правильности решения математических моделей, СЛАУ методом искусственного базиса и анализа симплекс-таблиц).
2. **Специализированный образовательный портал «МатБюро»** [Электронный ресурс]: Раздел «Примеры решений задач: Исследование функций и систем уравнений». — Электрон. дан. — Режим доступа: https://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=maissl#1 (свободный доступ; учебно-методический сайт, содержащий эталонные алгоритмы исследования функций, разбора матричных операторов и верификации аналитических вычислений).
3. **Платформа интерактивных вычислений «ProgramForYou»** [Электронный ресурс]: Раздел «Онлайн-калькулятор матриц произвольной размерности». — Электрон. дан. — Режим доступа: https://programforyou.ru/calculators/calculator-matric (свободный доступ; программный сервис для выполнения линейных операций над матрицами разных размерностей, нахождения обратных матриц, вычисления ранга методом Гаусса и детерминантов высших порядков).
4. **Математический портал и калькулятор «MathDF»** [Электронный ресурс]: Раздел «Линейная алгебра и векторы». — Электрон. дан. — Режим доступа: mathdf.com (свободный доступ; интерактивный инструмент для пошагового решения систем уравнений, нахождения собственных значений и спектрального анализа квадратных матриц).
5. **Национальный открытый университет «ИНТУИТ»** [Электронный ресурс]: Дистанционный курс «Дискретная математика и математическая логика». — Электрон. дан. — Режим доступа:

https://intuit.ru (свободный доступ после регистрации; содержит теоретические лекции по теории множеств, бинарным отношениям и алгебре высказываний).

6. **Справочно-информационный портал «Exponenta.ru»** [Электронный ресурс]: Раздел «Высшая математика для студентов и инженеров». — Электрон. дан. — Режим доступа: exponenta.ru (свободный доступ; библиотека методических материалов по использованию прикладного программного обеспечения для визуализации пространственных векторов, прямых и плоскостей).

## 11. ОБУЧЕНИЕ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Изучение учебной дисциплины обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется в соответствии с Приказом Министерства образования и науки РФ от 9 ноября 2015 г. № 1309 «Об утверждении Порядка обеспечения условий доступности для инвалидов объектов и предоставляемых услуг в сфере образования, а также оказания им при этом необходимой помощи» (с изменениями и дополнениями), Методическими рекомендациями по организации образовательного процесса для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в образовательных организациях высшего образования, в том числе оснащенности образовательного процесса, утвержденными Министерством образования и науки РФ 08.04.2014г. № АК-44/05вн, Положением об организации обучения студентов – инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, утвержденным приказом ректора Университета от 6 ноября 2015 года №60/о, Положением о Центре инклюзивного образования и психологической помощи АНО ВО «Российский новый университет», утвержденного приказом ректора от 20 мая 2016 года № 187/о.

Лица с ограниченными возможностями здоровья и инвалиды обеспечиваются электронными образовательными ресурсами, адаптированными к состоянию их здоровья.

Предоставление специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, подбор и разработка учебных материалов для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья производится преподавателями с учетом индивидуальных психофизиологических особенностей обучающихся и специфики приема-передачи учебной информации на основании просьбы, выраженной в письменной форме.

С обучающимися по индивидуальному плану или индивидуальному графику проводятся индивидуальные занятия и консультации.

## 12. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Для проведения лекций и семинарских занятий используются аудитория №29:

- Персональный компьютер преподавателя – 1 шт.
- Монитор преподавателя – 1 шт.
- Персональные компьютеры студентов: 14 шт.
- Мониторы: 14 шт.
- Меловая магнитная доска
- Учебно-наглядные пособия

Рабочие места студентов:

- столы компьютерные – 14 шт.
- стулья – 14 шт.
- столы ученические: 15 шт.
- стулья: 30 шт.

Рабочее место преподавателя:
- стол письменный: 1 шт.
- стул: 1 шт.